

ПРАКТИКУМ ПО ОЦЕНИВАНИЮ ЗАДАНИЙ
2 ЧАСТИ ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ
№ 13, 15, 16, 19

☐ Вопрос — ответ

☐ Моя статистика

☐ Избранное

🔍 №/текст/атрибут

Ольга 

Играть в ЕГЭ-игрушку

НОВОСТИ

23 ОКТЯБРЯ

Интервью Д. Д. Гушина
о Решу ЕГЭ

1 ИЮНЯ

Мерч, 50% off!

12 ОКТЯБРЯ

Голосовые сообщения на
сайте Решу ЕГЭ

27 СЕНТЯБРЯ

Telegram-канал Решу ЕГЭ.
Стильно. Модно.
Молодёжно

31 ОКТЯБРЯ

Сертификаты для учителей
о работе на Решу ЕГЭ,
ОГЭ, ВПР

НАШИ БОТЫ



[Все новости](#)

ЧУЖОЕ НЕ БРАТЬ!

Экзамер из Таганрога

10 АПРЕЛЯ

Предприниматель Щего-
лихин скопировал сайт
Решу ЕГЭ

👥 Наша группа

РЕКЛАМА



[Демонстрационная версия](#) ЕГЭ по математике 2024 года с решениями.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ

ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна. [Дальний Восток](#).

ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна. [Дальний Восток](#) (вариант Профиматики).

ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна. [Москва](#) (вариант Школы Пифагора).

ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна. [Санкт-Петербург](#) (часть 2).

ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна. [Вариант](#) ФИПИ.

ЕГЭ по математике 18.04.2024. Досрочная волна, резервный день. [Вариант](#) А. Турбанова.

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Дальний Восток](#) (вариант Школково).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Дальний Восток](#). Вариант Эйджая (Вебиум).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Урал](#). Вариант Эйджая (Вебиум).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Ставропольский край](#) (вариант Погостиной Ю).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Сибирь, Центр](#) (вариант Профиматики).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Сибирь](#). Вариант Эйджая (Вебиум).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Центр](#). Вариант Эйджая (Вебиум).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Разные города](#) (вариант Профиматики).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. Санкт-Петербург. [Вариант 1](#) (часть 2).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. Санкт-Петербург. [Вариант 2](#) (часть 2).

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. [Разные города](#) (часть 2).

ЕГЭ по математике 20.06.2024. Основная волна, резервный день. [Вариант](#) Стобалльного репетитора.

ЕГЭ по математике 20.06.2024. Основная волна, резервный день. [Вариант](#) Профиматики.

ЕГЭ по математике 20.06.2024. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург. [Вариант 501](#) (часть 2).

ЕГЭ по математике 20.06.2024. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург. [Вариант 502](#) (часть 2).

Все экзаменационные [задания № 13](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 14](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 15](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 16](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 17](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 18](#) из ЕГЭ–2024.

Все экзаменационные [задания № 19](#) из ЕГЭ–2024.



КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ ЗАДАНИЯ 13

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта a и пункта b	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ЗАДАНИЯ 13

Отбор корней может быть произведён любым другим способом: с помощью графика, решения двойных неравенств и т.п.

При отборе корней с помощью числовой (тригонометрической) окружности на числовой окружности должно быть: отмечены и обозначены концы числового отрезка, выделена дуга, отмечены и обозначены корни, принадлежащие данному отрезку. **Обозначение всей серии углов, изображающихся данной точкой, засчитываем при условии, что дан верный ответ в п. б).**

На окружности могут быть отмечены вспомогательные числа, принадлежащие числовому отрезку.



ВАРИАНТ 301 2023

а) Решите уравнение

$$\sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2 \sin x \cdot \cos^2 x - \sin x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0; \quad 2 \sin x \cdot \cos^2 x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0;$$
$$\cos^2 x \cdot (2 \sin x + \sqrt{2}) = 0.$$

Значит, $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \text{ или } x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

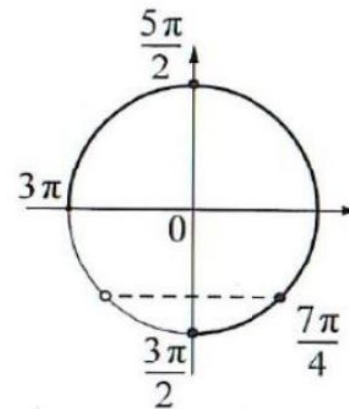
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Получим числа: $\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}.$$



Задана $\sqrt{2}$ и 2

$$a) \sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$\sin x (\cos^2 x - \sin^2 x) + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$\cos^2 x \cdot \sin x - \sin^3 x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$\cos^2 x \cdot \sin x + \sin x (1 - \sin^2 x) + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x \cdot \sin x + \cos^2 x \cdot \sin x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$2 \cdot \cos^2 x \cdot \sin x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x (2 \sin x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\cos^2 x = 0$$

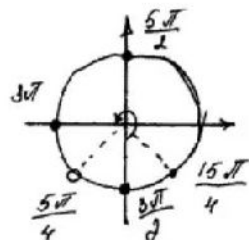
$$x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{или} \quad 2 \sin x + \sqrt{2} = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Ответ: а) } \begin{cases} \pm \frac{\pi}{2} + \pi k; \\ \frac{7\pi}{4} + 2\pi k; \\ \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

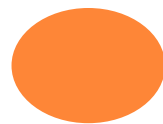
б) Отметим хорды на отрезке $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ при помощи ед. окружности:



$$\text{Ответ: б) } \frac{3\pi}{2}; \frac{15\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}$$

1

5





$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

верно



$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

0



N 13.

d) $\sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$.

Используем формулу $\cos 2x = \frac{1}{2} - 2\sin^2 x$, а также основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

первый: $\sin x \cdot (1 - 2\sin^2 x) + \sqrt{2} (1 - \sin^2 x) + \sin x = 0$

$$\begin{aligned} \sin x - 2 \sin^3 x + \sqrt{2} - \sqrt{2} \sin^2 x + \sin x &= 0 \\ -2 \sin^3 x - \sqrt{2} \sin^2 x + 2 \sin x + \sqrt{2} &= 0 \end{aligned}$$

Сгруппируем:

$$\begin{aligned} \sin^2 x (-2 \sin x - \sqrt{2}) + (2 \sin x + \sqrt{2}) &= 0 \\ -\sin^2 x (2 \sin x + \sqrt{2}) + (2 \sin x + \sqrt{2}) &= 0 \end{aligned}$$

$$(2\sin x + \sqrt{2})(1 - \sin^2 x) = 0$$

$$(2 \sin x + \sqrt{2})(1 - \sin x)(1 + \sin x) = 0$$

$$\begin{array}{lll} 2\sin x + \sqrt{2} = 0 & \text{atau} & 1 - \sin x = 0 \quad \text{atau} \quad 1 + \sin x = 0 \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} & & \sin x = 1 \quad \sin x = -1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} x &= -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{3\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right. & \underline{x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}} & \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, \\ & & & \quad \underline{m \in \mathbb{Z}} \end{aligned}$$

б) отберем корни, принадлежащие дуге $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$

с помощью тригонометр. окружности;

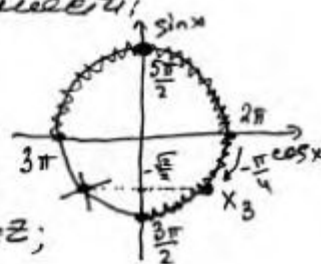
$$X_1 = \frac{3\pi}{2}; \quad X_2 = \frac{5\pi}{2};$$

$$X_3 = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}.$$

Orbit: a) $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z};$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

8) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{2}$.



26

$$12) a) \sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

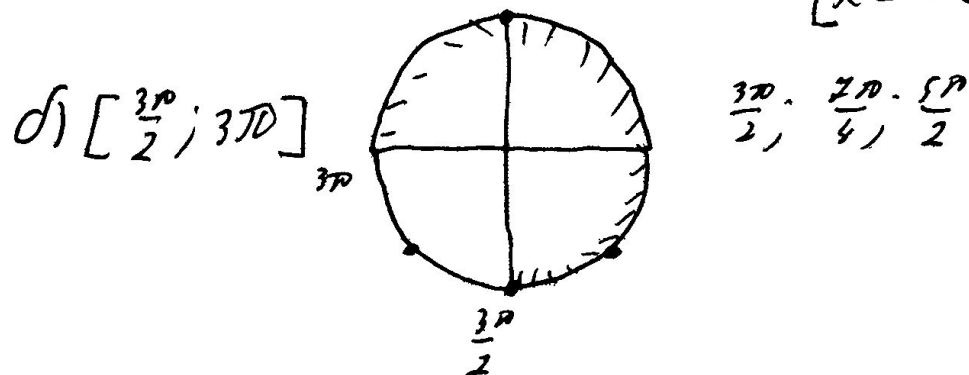
$$\sin x (2\cos^2 x - 1) + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$2\cos^2 x \cdot \sin x - \sin x + \sin x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos^2 x (\sqrt{2} \sin x + 1) = 0$$

$$\cos^2 x (\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \delta) \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}$

1-й – 1

б

2-й – 2

б

W13

$$\sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$\sin x (1 - 2 \sin^2 x) + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$\sin x - 2 \sin^3 x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0$$

$$2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin x (1 - \sin^2 x) + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin x \cdot \cos^2 x + \sqrt{2} \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x (2 \sin x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 0 \\ 2 \sin x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

б) отберем корни с помощью

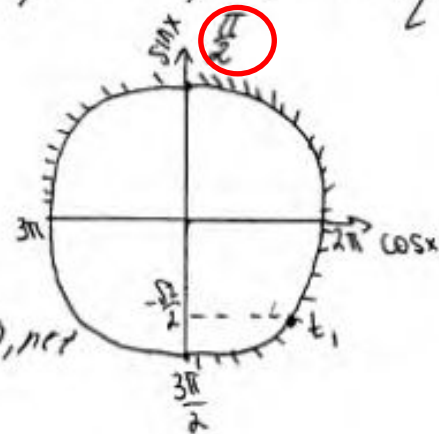
$$t_1 = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi - \pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{наш порг. } \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$$



1
6



$$13) a) \cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cdot (-\sin x)$$

$$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3} \sin x$$

$$-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3} \sin x = 0$$

$$\text{Положим } \sin x = y$$

тогда

$$-2y^2 + 3 + \sqrt{3}y = 0$$

$$D = \sqrt{3 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)} = \sqrt{27} > 0 \quad 2 \text{ корня}$$

$$y_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$$

$$\text{Обратно } \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin x = \sqrt{3}$$

$$x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \text{нет решений}$$

$$\sin x \in [-1; 1]$$

б)

$$\text{при } n = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{при } n = -1$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{при } n = -2$$

$$x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{при } n = -3$$

$$x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{Ответ: а) } x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } -\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$$

$$N12 \text{ а) } \sin x \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0 \quad | : \sin x \neq 0$$

$$\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$$

$$\sin x \neq 0$$

$$x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x + \frac{\sqrt{2} \cos^2 x}{\sin x} + 1 = 0$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt{2} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin x} + 1 = 0$$

$$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \sqrt{2} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin x} + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x + \frac{\sqrt{2} \cos^2 x}{\sin x} = 0$$

$$\cos^2 x \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \right) = 0$$

$$\cos^2 x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

или

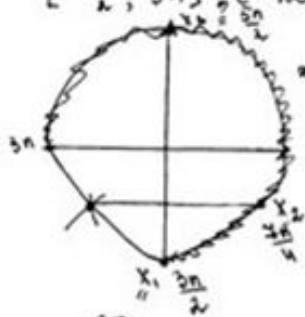
$$2 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{5\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

б) Отбрасываем корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}]$, с помощью тригонометрической окружности:



$$x_1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$x_3 = 2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

Ответ: а) $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

б) $\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}$

26

ВАРИАНТ 303 2024

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только после заполнения бланка ответов № 2 лист 1

$$13. a) \cos 2x - \sin(x - \pi) - 1 = 0$$

$$2 \cos x - 1 + \sin(\pi + x) - 1 = 0$$

$$2 \cos x + \sin x = 2$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$1 - \sin^2 x + \sin x = 1$$

$$\sin x - \sin^2 x = 0$$

$$\sin x (1 - \sin x) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

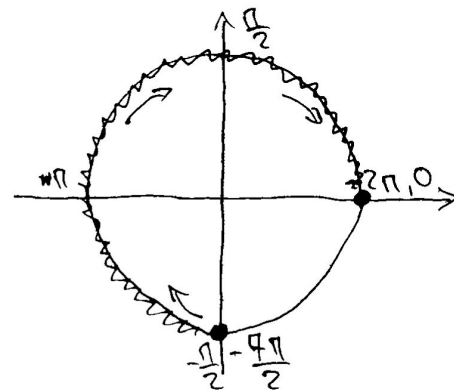
$$1 - \sin x = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$b) \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

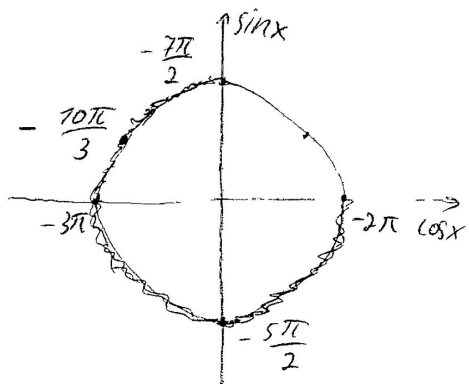


Ответ: а) $\begin{cases} x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
 б) $-\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

N 13

$$\begin{aligned}
 \alpha) \cos 2x - \sin(x - \pi) - 1 &= 0 & \sin x = 0 & \text{ или } -2 \sin x + 1 = 0 \\
 \cos 2x + \sin x - 1 &= 0 & x = 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z} & \quad -2 \sin x = -1 / : -2 \\
 \cos^2 x - \sin^2 x + \sin x - 1 &= 0 & & \sin x = \frac{1}{2} \\
 \cos^2 x - \sin^2 x + \sin x - \sin^2 x - \cos^2 x &= 0 & & x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\
 -2 \sin^2 x + \sin x &= 0 & & \text{ или } \\
 \sin x (-2 \sin x + 1) &= 0 & & x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

б) на числовой окружности найдем нужные $x \in [-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$



$$\begin{aligned}
 x = 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z} & \quad x = -2\pi \\
 & \quad x = -\frac{5\pi}{2} \\
 & \quad x = -3\pi \\
 x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} & : \emptyset \\
 x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z} & : -\frac{10\pi}{3}
 \end{aligned}$$

Ответ: а) $x = 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z}$
 б) $x = -2\pi, x = -\frac{5\pi}{2}; x = -3\pi; x = -\frac{10\pi}{3}$

0
6



ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

N 13

093:

$$a) \cos 2x - \sin(x - \pi) - 1 = 0$$

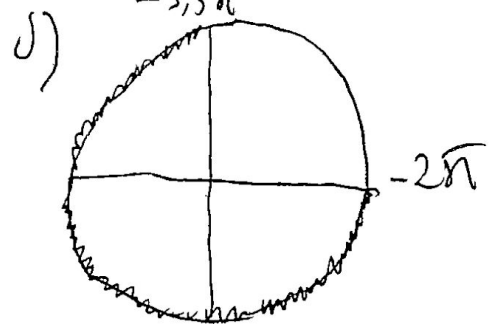
$$1 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ 2\sin x - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z},$$



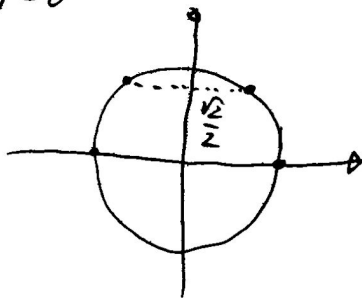
$$\text{Ответ: } -2\pi, -3\pi, -\frac{19\pi}{6}$$

13. а) $\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0$

$$1 - 2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

$$2\sin x \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$\sin x = \begin{cases} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

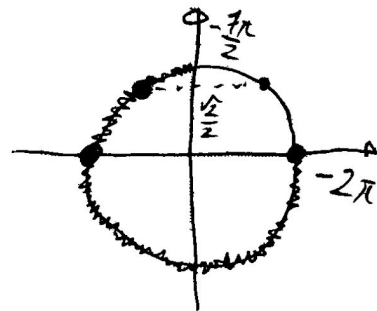
$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

б) $x = \frac{-13\pi}{4}$

$$x = -3\pi$$

$$x = -2\pi$$



КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ЗАДАНИЯ 15

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением/ включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « $<$ » вместо « $\leq$ » или наоборот.

Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

ВАРИАНТ 301

2024

15

Решите неравенство $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} \geq \frac{12t+144}{t^2-81}; \quad \frac{t^2+18t+81}{(t-9)(t+9)} + \frac{t^2-18t+81}{(t-9)(t+9)} - \frac{12t+144}{(t-9)(t+9)} \geq 0;$$

$$\frac{2t^2-12t+18}{(t-9)(t+9)} \geq 0; \quad \frac{2(t-3)^2}{(t-9)(t+9)} \geq 0,$$

откуда $t < -9$; $t = 3$; $t > 9$.

При $t < -9$ получим: $3^x < -9$, решений нет.

При $t = 3$ получим: $3^x = 3$, откуда $x = 1$.

При $t > 9$ получим: $3^x > 9$, откуда $x > 2$.

Решение исходного неравенства:

$$x = 1; x > 2.$$

Ответ: $1; (2; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

$$15. \frac{7^x + 7}{7^x - 7} + \frac{7^x - 7}{7^x + 7} \geq \frac{4 \cdot 7^x + 96}{49^x - 49}$$

$$\begin{cases} 7^x - 7 \neq 0 \\ 7^x + 7 \neq 0 \\ 49^x - 49 \neq 0 \end{cases}$$

$$7^x = t; t \neq \pm 7$$

$$\frac{t+7}{t-7} + \frac{t-7}{t+7} \geq \frac{4t+96}{t^2-49}$$

$$\frac{(t+7)(t+7) + (t-7)(t-7)}{(t-7)(t+7)} \geq \frac{4t+96}{t^2-49}$$

$$\frac{t^2 + 7t + 7t + 49 + t^2 - 7t - 7t + 49}{t^2 + 7t - 7t - 49} \geq \frac{4t+96}{t^2-49}$$

$$\frac{2t^2 + 98}{t^2 - 49} - \frac{4t + 96}{t^2 - 49} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 + 98 - 4t - 96}{t^2 - 49} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 - 4t + 2}{t^2 - 49} \geq 0$$

$$2t^2 - 4t + 2 \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq -7 \\ t = 1 \\ t \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^x \leq -7 \\ 7^x = 1 \\ 7^x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin \mathbb{R} \\ x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Ответ: } \{0\} \cup (1; +\infty)$$

$$(*) \begin{cases} 7^x - 7 \neq 0 \\ 7^x + 7 \neq 0 \\ 49^x - 49 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \neq 1$$



$$15. \frac{7^x + 7}{7^x - 7} + \frac{7^x - 7}{7^x + 7} \geq \frac{4 \cdot 7^x + 96}{49^x - 49}$$

$$\begin{cases} 7^x - 7 \neq 0 \\ 7^x + 7 \neq 0 \\ 49^x - 49 \neq 0 \end{cases}$$

$$7^x = t; t \neq \pm 7$$

$$\frac{t + 7}{t - 7} + \frac{t - 7}{t + 7} \geq \frac{4t + 96}{t^2 - 49}$$

$$\frac{(t+7)(t+7) + (t-7)(t-7)}{(t-7)(t+7)} \geq \frac{4t + 96}{t^2 - 49}$$

$$\frac{t^2 + 7t + 7t + 49 + t^2 - 7t - 7t + 49}{t^2 + 7t - 7t - 49} \geq \frac{4t + 96}{t^2 - 49}$$

$$\frac{2t^2 + 98}{t^2 - 49} - \frac{4t + 96}{t^2 - 49} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 + 98 - 4t - 96}{t^2 - 49} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 - 4t + 2}{t^2 - 49} \geq 0$$

~~2t^2 - 4t + 2 > 0~~



$$\begin{cases} t \leq -7 \\ t = 1 \\ t \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^x \leq -7 \\ 7^x = 1 \\ 7^x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin \mathbb{R} \\ x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Область: } \{0\} \cup (1; +\infty)$$

$$(*) \begin{cases} 7^x - 7 \neq 0 \\ 7^x + 7 \neq 0 \\ 49^x - 49 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \neq 1$$



15.

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^{x+1}-9}{3^x+9} - \frac{12 \cdot 3^x + 144}{(3^x)^2 - 81} \geq 0$$

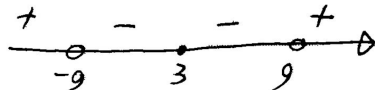
$$\text{]} 3^x = t$$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} - \frac{12t+144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{(t+9)^2 + (t-9)^2 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{t^2 + 18t + 81 + t^2 - 18t + 81 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{2(t^2 - 6t + 9)}{(t-9)(t+9)} \geq 0 \quad \frac{2(t-3)^2}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$



$$t \in (-\infty; -9) \cup \{3\} \cup (9; +\infty)$$

$$\Rightarrow 3^x \in (-\infty; -9) \cup \{3\} \cup (9; +\infty) \text{ так как } 3^x > 0$$

$$\Rightarrow x \in \{1\} \cup (2; +\infty)$$

15.

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^{x+1}-9}{3^x+9} - \frac{12 \cdot 3^x + 144}{(3^x)^2 - 81} \geq 0$$

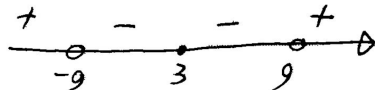
$$\text{]} 3^x = t$$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} - \frac{12t+144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{(t+9)^2 + (t-9)^2 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{t^2 + 18t + 81 + t^2 - 18t + 81 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{2(t^2 - 6t + 9)}{(t-9)(t+9)} \geq 0 \quad \frac{2(t-3)^2}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$



$$t \in (-\infty; -9) \cup \{3\} \cup (9; +\infty)$$

$$\Rightarrow 3^x \in (-\infty; -9) \cup \{3\} \cup (9; +\infty) \text{ так как } 3^x > 0$$

$$\Rightarrow x \in \{1\} \cup (2; +\infty)$$

Задача № 75

$$\frac{3^{x+1}}{3^x-3} + \frac{3^x-3}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 199}{9^x - 81} \quad (*)$$

$3^x = (x)^2$

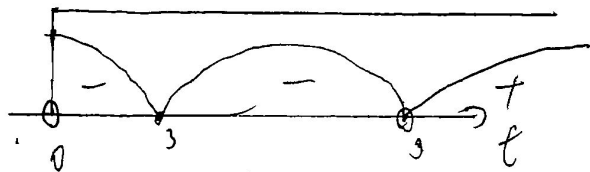
Пусть $3^x = t > 0$; $3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$ Тогда

$$(*) \Leftrightarrow \frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+9} \geq \frac{12t+199}{t^2-81} \Leftrightarrow$$

Данный бланк использовать только после заполнения бланка ответов № 2 тист 1

$$\Leftrightarrow \frac{(t+3) \cdot (t+9) \cdot (t-3)(t-9)}{(t-3) \cdot (t+9)} \geq \frac{12t+199}{(t-3) \cdot (t+9)} \Leftrightarrow \frac{2t^2+2 \cdot 81-12t-199}{(t-3)(t+9)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2-6t-81-117}{(t-3) \cdot (t+9)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{t^2-6t+3}{(t-3) \cdot (t+9)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(t-3)^2}{(t-3) \cdot (t+9)} \geq 0$$



Нужно рассмотреть $t > 3$ и $t = 3$

$$\begin{cases} t > 3 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 3 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: $(2; +\infty) \cup \{1\}$.

$$15. \frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

Пусть $3^x = t, t > 0$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} \geq \frac{4 \cdot 3 \cdot t + 144}{t^2 - 81}$$

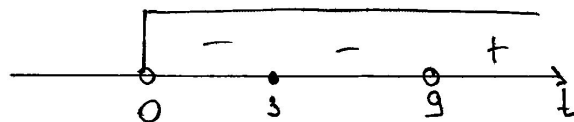
$$\frac{(t+9)^2 + (t-9)^2 - 12t - 144}{t^2 - 81} \geq 0$$

$$\frac{t^2 + 18t + 81 + t^2 - 18t + 81 - 12t - 144}{t^2 - 81} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 - 12t + 18}{t^2 - 81} \geq 0$$

$$\frac{2(t^2 - 6t + 9)}{t^2 - 81} \geq 0$$

$$\frac{2(t-3)^2}{t^2 - 81} \geq 0$$



$$t \in (9; +\infty) \cup \{3\}$$

$$\begin{cases} 3^x > 9 \\ 3^x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x = 1 \end{cases} \quad x \in (2; +\infty) \cup \{1\}$$

Ответ: $x \in (2; +\infty) \cup \{1\}$.

~15

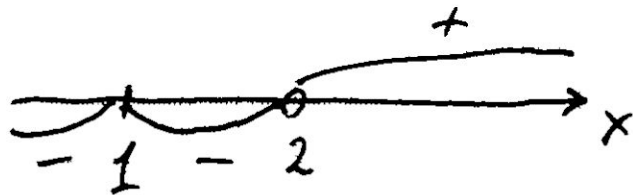
$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81} \Leftrightarrow$$

$$\text{OQ3! } \begin{cases} 3^x - 9 \neq 0 \\ 3^x + 9 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2 \\ 9^x - 81 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(3^x + 9)^2 + (3^x - 9)^2}{(3^x - 9)(3^x + 9)} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{(9^x - 9)(3^x + 9)} \Leftrightarrow \frac{3^{2x} + 2 \cdot 9 \cdot 3^x + 81 + 3^{2x} - 2 \cdot 9 \cdot 3^x + 81}{(3^x - 9)(3^x + 9)} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{(3^x - 9)(3^x + 9)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 81 - 4 \cdot 3^{x+1} - 144}{(3^x - 9)(3^x + 9)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3^{2x} + 81 - 2 \cdot 3^{x+1} - 72}{3^x - 9} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+1} + 9}{3^x - 9} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 9}{3^x - 9} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(3^x - 3)^2}{3^x - 9} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x > 2 \end{cases}$$



$$\text{Ombrem: } x \in \{1\} \cup (2; +\infty)$$

Cre. Severin n°3

N15

$$\frac{7^x+7}{7^x-7} + \frac{7^x-7}{7^x+7} \geq \frac{4 \cdot 7^x+96}{49^x-49}$$

Положим $7^x = t$, то

$$\frac{t+7}{t-7} + \frac{t-7}{t+7} \geq \frac{4t+96}{t^2-49}$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{t^2-49} \geq 0$$

Н.к.з.

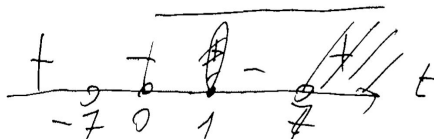
$$2t^2-4t+2=0$$

$$t=1$$

Н.к.з.

$$t^2-49=0$$

$$t=-7 \quad t=7$$



$$t=1$$

$$t > 7$$

$$7^x=1$$

$$7^x > 7$$

$$x=0$$

$$x > 1$$

$$\text{Ответ: } \{0\} \cup (1; +\infty)$$

$$15. \frac{4^x+4}{7^x-7} + \frac{7^x-7}{7^x+7} \geq \frac{4 \cdot 7^x+96}{49^x-49}$$

$$\frac{4^x+4}{7^x-7} + \frac{7^x-7}{7^x+7} - \frac{4 \cdot 7^x+96}{(7^x-7)(7^x+7)} \geq 0$$

Положим $7^x = t$

$$\frac{t+4}{t-7} + \frac{t-7}{t+7} - \frac{4t+96}{(t-7)(t+7)} \geq 0$$

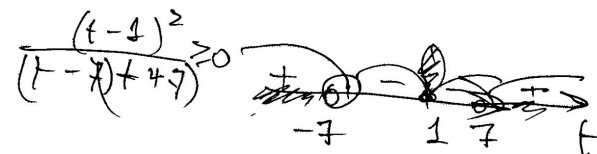
$$\frac{t^2-49}{t^2-49} \cdot \frac{t^2+14t+49+t^2-14t+49-4t-96}{(t-7)(t+7)} \geq 0$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-7)(t+7)} \geq 0 \quad | :2 \quad \frac{t^2-2t+1}{(t-7)(t+7)} \geq 0 \quad | :1$$

$$\frac{(t-1)^2}{(t-7)(t+7)} \geq 0$$

$$\frac{(t-1)^2+96}{(t-7)(t+7)} \geq 0$$

$$\frac{(t-1)^2+96}{(t-7)(t+7)} \geq 0$$



$t < -7$
 $t > 7$
Нес. равенств

Ответ: $\{0\} \cup (1; +\infty)$

Ab: $\{0\} \cup (1; +\infty)$

CM Dance $\Rightarrow$

$7^x < -7$
нет пер
 $7^x = 7^0$
 $x = 0$
 $7^x > 7$
 $x > 1$

Решите неравенство $\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{4}{t-27} \geq \frac{1}{t-9}; \frac{3t-9}{(t-9)(t-27)} \geq 0; \frac{3(t-3)}{(t-9)(t-27)} \geq 0,$$

откуда $3 \leq t < 9; t > 27$.

При $3 \leq t < 9$ получим: $3 \leq 3^x < 9$, откуда $1 \leq x < 2$.

При $t > 27$ получим: $3^x > 27$, откуда $x > 3$.

Решение исходного неравенства: $1 \leq x < 2; x > 3$.

Ответ: $[1; 2); (3; +\infty)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



$$\frac{4}{3x-27} > \frac{1}{3x-9} \quad \text{Pijeni } 3^x = t$$

$$\begin{cases} \frac{4}{t-27} - \frac{1}{t-9} > 0 \\ t-27 \neq 0 \\ t-9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4t-36-t+27}{(t-27)(t-9)} \geq 0 \\ t \neq 27 \\ t \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3t-9}{(t-27)(t-9)} \geq 0 \\ t \neq 27 \\ t \neq 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t-3}{(t-27)(t-9)} \geq 0 \\ t \neq 27 \\ t \neq 9 \end{cases}$$


$$\begin{cases} t > 27 \\ t \geq 3 \end{cases} \text{ b.k. } 3 \cdot \begin{cases} 3^x > 3^3 \\ 3^x \geq 3^1 \\ 3^x < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \geq 1 \\ x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Ombem: } x \in [1; 2) \cup (3; +\infty) \quad 1 \leq x < 2 \text{ u } x > 3$$

0
6



$$\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}$$

Неравенство определено, если $x \neq 3$ и $x \neq 2$

Пусть $3^x = t$, запишем:

$$\frac{4}{t - 27} \geq \frac{1}{t - 9}$$

$$\frac{4}{t - 27} - \frac{1}{t - 9} \geq 0$$

$$\frac{4t - 36 - t + 27}{(t - 27)(t - 9)} \geq 0$$

$$\frac{3t - 9}{(t - 27)(t - 9)} \geq 0$$

$$t = 3 \quad t \neq 27 \quad t \neq 9$$



$$3 \leq t \leq 9 \quad t \geq 27$$

$$3 \leq 3^x \leq 9 \quad 3^x \geq 27$$

$$1 \leq x \leq 2 \quad x \geq 3$$

Так как $x \neq 3$ и $x \neq 2$, получим: $x \in [1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Ответ: $[1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Пример 15.2.3

Решите неравенство

$$\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}$$

Ответ: $[1; 2); (3; +\infty)$

Комментарий. Неверно решено рациональное неравенство относительно новой переменной.

Оценка эксперта: 0 баллов.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ЗАДАНИЯ 16

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, но именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию, и т.п.

Предъявленный текст должен включать описание того, как построена модель.



16

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Решение.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные выплаты X рублей. По условию, долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S, \frac{6}{5} \cdot S - X, \left(\frac{6}{5}\right)^2 S - \frac{6}{5} \cdot X - X, \left(\frac{6}{5}\right)^3 S - \left(\frac{6}{5}\right)^2 X - \frac{6}{5} \cdot X - X = 0,$$

откуда

$$X = \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{5} - 1\right)}{\left(\frac{6}{5}\right)^3 - 1} \cdot S = \frac{216}{455} \cdot S; \quad 3X - S = \frac{193}{455} \cdot S = 77\,200.$$

Получаем $S = 182\,000$ рублей.

Ответ: 182 000.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

№ 16

S - кол-во рублей, которое планируется взять в банке

x - один платёж (погашение кредита)

$3x$ - три платежа (~~три~~ полная сумма погашений)

r - процент, начисляемый каждый год

составим мат. модель для кредита:

$$(S \cdot 1,1 - x) \cdot 1,1 - x) \cdot 1,1 - x = 0$$

$$3,31x = 1,331S$$

$$\frac{3,31S + 3,31 \cdot 40980}{3} = 1,331S$$

$$3,31S + 3,31 \cdot 40980 = 3,993S$$

$$3,31 \cdot 40980 = 0,683S$$

$$S = \frac{3,31 \cdot 40980}{0,683} = 198000$$

Ответ: 198000 рублей.

$S + 40980 = 3x$
 $(S + 40980 - \text{общая сумма платежей после полного погашения кредита})$

$$x = \frac{S + 40980}{3}$$

16. Пусть март - месяц

выплат

S - сумма долга

x - ежемесячный платеж

Дата	сумма долга
И 26	S
Я	$1,1S$
М 27	$1,1S - x$
Я 28	$1,1^2S - 1,1x$
М 28	$1,1^2S - 1,1^2x - x$
Я 29	$1,1^3S - 1,1^2x - 1,1x$
М 29	$1,1^3S - 1,1^2x - 1,1x - x$

② $3x - S = 40980$

② $S = 3x - 40980$

① $\frac{11^3}{10^3}S = \frac{11^2}{10^2}x + \frac{11}{10}x + x^{(10^2)}$

$\frac{11^3}{10^3}S = \frac{121x + 110x + 100x}{10^2}$

$S = \frac{331x \cdot 10^3}{11^3 \cdot 10^2}$

$3x - 40980 = \frac{331x \cdot 10}{11^3}$

$3 \cdot 11^3 x - 40980 \cdot 11^3 = 3310x$

$3993x - 3310x = 40980 \cdot 11^3$

$683x = 40980 \cdot 11^3$

$x = \frac{40980 \cdot 11^3}{683} = 60 \cdot 1331$

$x = 79860 \text{ p.}$

$O.C.B. = 3x = 3 \cdot 79860 = 239580 \text{ p}$

$S = O.C.B. - 40980 = 239580 - 40980 = 198600 \text{ p}$

Ответ: 198600 p.

S

N16	С кс начало года	Выводы	С кс конец года
2026	—	—	5
2027	1,15	X	1,15-X
2028	1,1(1,15-X)	X	1,1(1,15-X)-X
2029	1,1(1,1(1,15-X)-X)	X	1,1

$$1,1(1,1(1,1(1,15-X)-X)-X)-X = 0$$

$$5 + 40980 = 3X$$

$$\frac{5}{3} + 13660 = X$$

$$1,3315 - 3,31X = 0$$

$$1,3315 - 3,31\left(\frac{5}{3} + 13660\right) = 0$$

$$0,6835 = 135643,8$$

$$5 = 198600$$

Ответ: $5 = 198600$ рублей

$$\begin{array}{r} 135643800 \\ 683 \\ \hline 6734 \\ 6147 \\ 5873 \\ 5464 \\ 4098 \\ 409800 \end{array} \quad \begin{array}{r} 683 \\ \hline 198600 \end{array}$$

16. S - сумма ипотек x - платёж за 1 год

$$r = 25\% \quad p = 1 + \frac{r}{100}$$

$$3x = S + 65500 \quad x = \frac{S}{3} + \frac{65500}{3}$$

$$((Sp - x)p - x)p - x = 0$$

$$((Sp^2 - px) - x)p - x = 0$$

$$Sp^3 - p^2x - px - x = 0$$

$$S = \frac{p^2x + px + x}{p^3} \quad S = x \frac{(p^2 + p + 1)}{p^3}$$

$$S = \frac{(S + 65500)(p^2 + p + 1)}{3p^3}$$

$$3S = \frac{(S + 65500)(p^2 + p + 1)}{p^3}$$

$$S \left(3 - \frac{p^2 + p + 1}{p^3} \right) = \frac{65500(p^2 + p + 1)}{p^3}$$

$$S = \frac{65500(p^2 + p + 1)}{3 - \frac{p^2 + p + 1}{p^3}} = \frac{65500(1,5625 + 1,25 + 1)}{3 - \frac{1,953125}{1,5625 + 1,25 + 1}}$$

$$= \frac{65500 \cdot 3,8125}{2,046875} = 20 \cdot 61 \cdot 100 = \frac{3 - \frac{1,953125}{1,953125}}{1,953125}$$

$$= 122000 \text{ руб. Ответ: } 122000 \text{ руб.}$$

№16

Пусть S -сумма взятая в кредит; $S+65500$ -выплаченная
после полного погашения кр.

Обозначим за x - выплачиваемую сумму.

После первого платежа сумма будет равна $S \cdot 1,25 - x$;

после второго: $1,25(1,25S - x) - x$;

после третьего $1,25(1,25(1,25S - x) - x) - x$ и при этом

долг будет погашен, т.е. $1,25(1,25(1,25S - x) - x) - x = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 1,25(1,25^2 \cdot S - 2,25x) = x \Leftrightarrow 1,25^3 \cdot S - 1,25 \cdot 2,25x = x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,25^3 \cdot S = x(1,25 \cdot 2,25 + 1) \Leftrightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot S = x\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4} + 1\right) \Leftrightarrow \frac{5^3}{4^3} \cdot S = x \cdot \frac{(45+16)}{4^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5^3 S}{4 \cdot 61}$$

При этом, мы знаем, что $3x = S + 65500 \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 5^3 \cdot S}{4 \cdot 61} = S + 65500 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 65500 = S\left(\frac{3 \cdot 125}{244} - 1\right) \Leftrightarrow \frac{131}{244} S = 65500 \Leftrightarrow S = \frac{65500 \cdot 244}{131} = 500 \cdot 244 =$$

$$= 122000 \text{ (руб)}$$

Ответ: $S = 122000 \text{ (руб)}$

16.

] изначально в банке взяли 5 тысяч рублей, а каждый год возвращают по X тысяч рублей.

В конце первого года: $\frac{5}{4}S - X$

В конце второго года: $\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - X) - X$

В конце третьего года: $\frac{5}{4}(\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - X) - X) - X = 0$

$$\frac{125}{64}S - \frac{61}{16}X = 0 \quad (1)$$

$$3X = S + 65,5 \quad - \text{по условию}$$

Подставим в (1) $X = \frac{S}{3} + \frac{65,5}{3}$

$$\frac{125}{64}S - \frac{61}{16} \cdot \frac{S}{3} - \frac{61}{16} \cdot \frac{65,5}{3} = 0$$

$$32,75S = 3997,5 \quad X = 62,5$$

$$131S = 16982 \quad S = 62,5 \cdot 3 + 65,5 = 247,5$$

$$S = \frac{16982}{131}$$

Ответ: в банке планируется взять 122000 рублей

Пример 16.2.2

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере

800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Ответ: 200 тыс. рублей.

Пусть $S = 800$ тыс. руб. - сумма кредита, процент $p = 20$,
платежи 2027 и 2028 по x тыс. руб. каждый, y - платеж 2029.
Каждый январь долг возрастает в $1 + \frac{p}{100} = 1,2$ раза.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} ((S \cdot 1,2 - x) \cdot 1,2 - x) \cdot 1,2 - y = 0 \\ 2x + y = 1254,4 \end{cases}$$

$$1,728S - 2,64x - y = 0$$

$$y = 1,728S - 2,64x$$

$$2x + 1,728S - 2,64x = 1254,4$$

$$0,64x = 1,728S - 1254,4$$

$$0,64x = 128$$

$$64x = 12800$$

$$x = 200$$

Ответ: 200 тыс. руб.

1

б



19

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 75 % от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 80 % от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 40 % от общей массы всех контейнеров?

в) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>а</i> , <i>б</i> и <i>в</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пунктах <i>а</i> или <i>б</i>	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>а</i> и <i>б</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в пунктах <i>а</i> или <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение.

Поскольку можно найти 75% контейнеров, общее число контейнеров должно быть кратно 4. Пусть оно равно $4x$, тогда $3x$ из них содержат сахарный песок.

а) Пусть есть 2 контейнера по 20 тонн и шесть по 60 тонн, при этом сахарным песком заполнены один контейнер в 20 тонн и пять по 60 тонн. Это дает 320 тонн, то есть ровно 80% от

$$2 \cdot 20 + 6 \cdot 60 = 400 \text{ тонн.}$$

б) Заменяем все контейнеры с сахарным песком на двадцатитонные, а все остальные — на шестидесятитонные. От этого доля массы сахарного песка среди массы всего груза только уменьшится и станет минимальной. Но даже теперь она составит не менее

$$\frac{3x \cdot 20}{x \cdot 60 + 3x \cdot 20} = \frac{60x}{120x} = 0,5,$$

что больше 40%, значит, масса контейнеров с сахарным песком не может составлять 40% от общей массы.

в) Теперь наоборот, заменим все контейнеры с сахарным песком на шестидесятитонные, а все остальные — на двадцатитонные. От этого доля массы сахарного песка среди массы всего груза только увеличится, значит, это вариант с наибольшей массовой долей сахарного песка. В нем получаем, что доля массы сахарного песка равна

$$\frac{3x \cdot 60}{x \cdot 20 + 3x \cdot 60} = \frac{180x}{200x} = \frac{9}{10},$$

то есть 90%. Это значение достигается, например, для трех контейнеров с сахарным песком по 60 тонн и одного другого контейнера в 20 тонн.

Ответ: а) да; б) нет; в) 90%.



Задача 19.

а) Да. Всего 8 контейнеров, с сахаром 5 по 60 и 1 по 20, без сахара 1 по 20 и 1 по 60.

$$\text{Общ. масса} = 400, \text{ масса сахара} = 320$$

$$\frac{320}{400} = \frac{8}{10} = 80\%$$

б) Нет. Пусть ~~на~~ так. Заметим все контейн. по 60 с сахаром на конт. с сахаром по 20.

Доля массы сахара не увеличилась, т.к.

доля массы не сахара не уменьшилась (до ~~до~~ $\Rightarrow \Rightarrow \frac{b}{m-d} \geq \frac{b}{m}$).

Заметим все конт. без сахара по 20 на конт. по 60.

Доля м. сахара не увелич., т.к. $\frac{a}{m+d} \leq \frac{a}{m}$.

$$\text{Доля м. сахара равна } \frac{75\% \cdot n \cdot 20}{75\% \cdot n \cdot 20 + 25\% \cdot n \cdot 60} =$$

$$= \frac{3}{3+5 \cdot 3} = \frac{1}{2} = 50\% \quad \text{не увеличивая}$$

40% нельзя получить 50%, противоречие $\Rightarrow$ нет.

в) ~~Пусть~~ Заметим все конт. с сахаром на конт. по 60, а все конт. без сахара на конт. по 20. Доля м. сахара не уменьшится (а именно рассуждениями в п. б).

$$\text{Доля м. сахара} = \frac{75\% \cdot n \cdot 60}{75\% \cdot n \cdot 60 + 25\% \cdot n \cdot 20} =$$

$$= \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1 \cdot 1} = \frac{9}{10} = 90\%.$$

Пример описан, больше нельзя, иначе мы не увеличим число $> 90\%$, получим 90%.

н 19

12 контейнеров с сахаром - 45%, или 0,45 или $\frac{3}{4}$ от ⁽¹²⁾ общего количества, то-есть, из 4 конт 3 с сахаром, или из 8-6 или из 16-12 и т.д.

1) да, может.

Возьмём 8 контейнеров, из которых 6 будет с песком:

$$\frac{60+60+60+60+60+20}{60+60+60+60+60+80+20+20} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$$

2) нет, не может.

Загрузим весь сахар в контейнеры только по 20 тонн ($\frac{\text{макс. м.}}{\text{мин. зн.}}$ и уч. условий):

$$N = 4:2 \frac{20+20+20}{20+80+80+60} = \frac{60}{120} = 0,5 \quad \text{или} \quad N = 8: \frac{20+20+20+20+20+20}{20+20+10+10+20+10+10+10} = 0,5$$

минимальная доля массы сахара = 0,5 $\neq$ 0,4

3) ~~нет~~ 90% Загрузим сахар в самые тяжёлые контейнеры

$$N = 4: \frac{780}{200} = 0,9 \quad N = 8: \frac{360}{400} = 0,9 \quad N = 16: \frac{720}{800} = 0,9$$

(макс. т. / мин. зн. и уч. условий)

Ответ: а) да; б) нет; в) 0,9 или 90%

4

16

N19

а) Узнаем сколько процентов ~~фр~~ составляет сахарный песок в 1 контейнере 20 тонн и 60 тонн.

1) $\frac{90 \cdot 75}{100} = 45\%$ в 60 тоннах

2) $\frac{20 \cdot 75}{100} = 15\%$ в 20 тоннах

(такие кон-вант % нельзя составлять 80% от общей массы)

$15\% + 15\% + 15\% + 15\% = 45\% < 80\%$

$45\% + 45\% = 90\% > 80\%$

$45\% + 15\% + 15\% = 75\% < 80\%$

Ответ: нет, не может

б) аналогично с пунктом а) $15\% + 15\% + 15\% = 45\% > 40\%$

2) $45\% > 40\%$, значит контейнер 60 тонн раскиснет раньше вообще нет смысла

Ответ: нет, не может

19 а) Пусть будет 16 контейнеров (14 по 20 тонн и 2 по 60 тонн)

Тогда, если 10 конт. по 20 тонн и 2 конт. по 60 т с сахаром,

то 4 по 20 т - без сахара. Получим соотношение масс: $\frac{320}{80}$

по массе $\frac{320}{400} = 0,8 = 80\%$

Она, да, может

б) $\frac{2}{1}$

0

6

1

6

